

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Нижегородский государственный технический университет  
им. Р.Е. Алексеева» (НГТУ)

Дзержинский политехнический институт (филиал)

УТВЕРЖДАЮ:

Директор института:

\_\_\_\_\_ А.М.Петровский  
“ 05 ” мая \_\_\_\_\_ 2022 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### **Б1.Б.11 Линейная алгебра и аналитическая геометрия**

(индекс и наименование дисциплины по учебному плану)

для подготовки бакалавров

Направление подготовки: 01.03.04 Прикладная математика

Направленность: Математические и компьютерные методы для современных технологий

Форма обучения: очная

Год начала подготовки 2022

Выпускающая кафедра Автоматизация, энергетика, математика и информационные системы

Кафедра-разработчик Автоматизация, энергетика, математика и информационные системы

Объем дисциплины 324/9  
часов/з.е

Промежуточная аттестация экзамены (1 и 2 семестр)

Разработчик: к.т.н., доцент И.Ю. Харитонова

Дзержинск 2022

Рабочая программа дисциплины: разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО 3++) по направлению подготовки 01.03.04 Прикладная математика, утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РФ от 10 января 2018 года № 11 на основании учебного плана, принятого УС ДПИ НГТУ

протокол от 28.04.2022 № 8

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры-разработчика РПД Автоматизация, энергетика, математика и информационные системы  
протокол от 05.05.2022 № 6

Зав. кафедрой к.т.н, доцент \_\_\_\_\_ Л.Ю. Вадова  
(подпись)

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий выпускающей кафедрой Автоматизация, энергетика, математика и информационные системы  
к.т.н, доцент \_\_\_\_\_ Л.Ю. Вадова  
(подпись)

Начальник ОУМБО \_\_\_\_\_ И.В. Старикова  
(подпись)

Рабочая программа зарегистрирована в ОУМБО: 01.03.04 - 11

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи освоения дисциплины .....	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	4
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) .....	4
4. Структура и содержание дисциплины.....	6
5. Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины.....	11
6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины.....	17
7. Информационное обеспечение дисциплины.....	18
8. Образовательные ресурсы для инвалидов и лиц с ОВЗ.....	19
9. Материально-техническое обеспечение, необходимое для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	20
10. Методические рекомендации обучающимся по освоению дисциплины.....	21
11. Оценочные средства для контроля освоения дисциплины.....	23

## 1 ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### 1.1 Цель освоения дисциплины:

- получение систематических знаний, представлений, умений и навыков, необходимых для проведения математических расчётов;
- создание необходимой базы знаний для последующего изучения и усвоения других дисциплин естественно-научного цикла;

### 1.2 Задачи освоения дисциплины (модуля):

- знание основных методов линейной алгебры и их возможностей для решения задач в области программирования и машинного обучения;
- применение методов аналитической геометрии для решения геометрических задач;

## 2 МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Учебная дисциплина «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» включена в обязательный перечень дисциплин обязательной части образовательной программы вне зависимости от ее направленности (профиля). Дисциплина реализуется в соответствии с требованиями ФГОС, ОП ВО и УП, по данному направлению подготовки.

Дисциплина базируется на следующих дисциплинах: Геометрия и Алгебра (в объёме курса средней школы).

Дисциплина «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» является основополагающей для изучения следующих дисциплин: Математический анализ, Алгоритмы и структуры данных, Дифференциальные уравнения, Численные методы, Основы машинного обучения.

Рабочая программа дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается индивидуально с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся, по их личному заявлению

## 3 КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Таблица 1 – Формирование компетенции **ОПК-1** дисциплинами

Наименование дисциплин, формирующих компетенцию совместно	Семестры формирования компетенций дисциплинами							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Код компетенции ОПК-1								
Линейная алгебра и аналитическая геометрия								
Математический анализ								
Физика								
Дифференциальные уравнения								
Операционное исчисление								
Теория функций комплексного переменного								
Классическая механика								
Уравнения математической физики								
Теория управления								
Выполнение и защита выпускной квалификационной работы								

ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОП

Таблица 2

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине			Оценочные средства	
					Текущего контроля	Промежуточной аттестации
ОПК-1. Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ИОПК-1.1. Использует методы линейной алгебры и аналитической геометрии при решении профессиональных задач и в инженерной практике	<b>Знать:</b> базовые понятия и основные технические приемы матричной алгебры, аналитической геометрии, теории линейных пространств (над вещественным и комплексным полями) и их отображений, теории билинейных и квадратичных форм;	<b>Уметь:</b> использовать алгоритмические приемы решения стандартных задач линейной алгебры, выработать способность геометрического видения формального аппарата дисциплины с одной стороны и умение формализовать в терминах дисциплины задачи геометрического и аналитического характера с другой; применять математический аппарат при решении типовых задач	<b>Владеть:</b> навыками математической формализации прикладных задач в терминах теории систем линейных алгебраических уравнений	Тестирование в системе MOODLE. (2 тестирования, в базе каждого тестирования 100-110 вопросов), выполнение 12 контрольных работ (по 10 вариантов в каждой контрольной работе)	Вопросы для устного собеседования: билеты (20 билетов)

## 4 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ по семестрам

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 9 зач.ед./324 часа, распределение часов по видам работ семестрам представлено в табл. 3.

Формат изучения дисциплины: с использованием элементов электронного обучения

Таблица 3 – Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ по семестрам  
Для очной формы обучения

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры	
		1	2
<b>1. Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего), в том числе:</b>	144	72	72
<b>1.1. Аудиторные занятия (всего), в том числе:</b>	136	68	68
- лекции (Л)	68	34	34
- лабораторные работы (ЛР)			
- практические занятия (ПЗ)	68	34	34
- практикумы (П)			
<b>1.2. Внеаудиторные занятия (всего), в том числе:</b>	8	4	4
- групповые консультации по дисциплине	4	2	2
- групповые консультации по промежуточной аттестации (экзамены)	4	2	2
<b>2. Самостоятельная работа студента (СРС) (всего)</b>	90	45	45
<b>Вид промежуточной аттестации экзамены</b>	90	45	45
<b>Общая трудоемкость, часы/зачетные единицы</b>	324/9	162/ 4,5	162/4,5

## 4.2 Содержание дисциплины, структурированное по темам

Таблица 4 – Содержание дисциплины, структурированное по темам, для обучающихся очной формы обучения

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: код УК; ОПК; ПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий	Реализация в рамках практической подготовки (трудоемкость в часах)	Наименование разработанного электронного курса (трудоемкость в часах)	
		Контактная работа			Самостоятельная работа обучающихся (СРС) час					
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические						
<b>1 семестр</b>										
ОПК-1, ИОПК-1.1.	<b>Раздел 1 Элементы матричной алгебры</b>					Подготовка к лекциям (6.1.1: С: 89 – 105); (6.1.4: С: 20 – 41), выполнение заданий для самостоятельной работы (6.2.1: С: 28 – 32; 33 – 36; 39 - 40); (6.2.2: С: 19 – 24)	Разбор решения конкретных примеров с помощью презентации и у доски			
	<b>Тема 1.1</b> Линейные операции над матрицами и их свойства. Умножение матриц	2	-	2	2					
	<b>Тема 1.2</b> Определители и их свойства. Обратная матрица	2	-	2	3					
	<b>Тема 1.3</b> Элементарные преобразования матриц. Базисный минор, ранг матрицы	2	-	2	3					
	<b>Итого по разделу 1</b>	6		6	8					
	<b>Раздел 2 Системы линейных алгебраических уравнений</b>					Подготовка к лекциям (6.1.1: С: 53 – 59, 6.1.3: С: 166 - 173), выполнение заданий для самостоятельной работы (6.2.1: С: 32 – 33; 36 - 39)	Разбор решения конкретных примеров с помощью презентации и у доски			
	<b>Тема 2.1</b> Метод Крамера и метод обратной матрицы решения СЛАУ	2		2	3					
	<b>Тема 2.2</b> Однородные системы линейных уравнений. Свойства решений СЛАУ	2		2	2					
	<b>Тема 2.3</b> Метод Гаусса. Общая теория СЛАУ	2		3	3					
<b>Итого по разделу 2</b>					6		7	8		
ОПК-1, ИОПК-1.1.	<b>Раздел 3 Элементы векторной алгебры</b>					Подготовка к лекциям (6.1.2: С: 164 – 191; 6.1.3: С: 19 - 31),	Разбор решения конкретных			
	<b>Тема 3.1</b> Координаты в аффинном	2		1	2					

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: код УК; ОПК; ПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий	Реализация в рамках практической подготовки (трудоемкость в часах)	Наименование разработанного электронного курса (трудоемкость в часах)	
		Контактная работа			Самостоятельная работа обучающихся (СРС) час					
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические						
	пространстве. Линейные операции и ортонормированный базис векторного пространства					выполнение заданий для самостоятельной работы (6.1.5: С: 116 - 133); (6.2.3: С: 16 - 23)	примеров с помощью презентации и у доски			
	<b>Тема 3.2</b> Скалярное произведение в Евклидовом пространстве	1		2	2					
	<b>Тема 3.3</b> Векторное и смешанное произведение векторов и их свойства	2		2	3					
	<b>Итого по разделу 3</b>	5		5	7					
ОПК-1, ИОПК-1.1.	<b>Раздел 4 Аналитическая геометрия на плоскости</b>					Подготовка к лекциям (6.1.2: С: 47 - 68, 6.1.3: С: 59 - 70), выполнение заданий для самостоятельной работы (6.1.5: С: 35 - 56)	Разбор решения конкретных примеров с помощью презентации и у доски			
	<b>Тема 4.1</b> Виды уравнений прямой на плоскости	2		2	2					
	<b>Тема 4.2</b> Взаимное расположение прямых и точек на плоскости	2		2	2					
	<b>Тема 4.3</b> Пучок прямых на плоскости	2		2	3					
	<b>Тема 4.3</b> Виды кривых второго порядка	3		3	4			(6.1.2: С: 73–98) (6.1.5: С: 58 - 90)		
	<b>Итого по разделу 4</b>	9		9	11					

ОПК-1, ИОПК-1.1.	<b>Раздел 5 Аналитическая геометрия в пространстве</b>				Подготовка к лекциям (6.1.2: С: 201 - 236), выполнение заданий для самостоятельной работы (6.1.5: С. 141 - 165); ( 6.2.5: С: 14 – 25)	Разбор решения конкретных примеров с помощью презентации и у доски						
	Тема 5.1 Виды уравнений плоскости в 3-хмерном пространстве	2		2			3					
	Тема 5.2 Виды уравнений прямой в пространстве	3		2			3					
	Тема 5.3 Взаимное расположение точек, плоскостей и прямых в пространстве	3		3			5					
	<b>Итого по разделу 5</b>						8		7	11		
	<b>Итого по 1 семестру</b>						34		34	45		
<b>2 семестр</b>												
	<b>Раздел 6 Теория линейных пространств (над вещественным и комплексным полями)</b>				Подготовка к лекциям (6.1.3: С: 188 – 201); (6.1.4: С: 55 - 86), (6.2.6: С: 3 - 37) выполнение заданий для самостоятельной работы (6.2.6: С. 38 - 41), (6.2.8: С: 58, 63, 69-70, 72)	Разбор решения конкретных примеров с помощью презентации и у доски						
	Тема 6.1. Размерность и базис векторных пространств. Пространство многочленов.	1		1			1					
	Тема 6.2. Определение поля. Формы представления комплексных чисел. Операции.	1		1			1					
	Тема 6.3. Изоморфизм векторных пространств. Переход к новому базису	2		2			3					
	Тема 6.4. Подпространства и многообразия. Способы описания.	2		2			3					
	Тема 6.5. Пересечение и сумма подпространств	2		2			3					
	<b>Итого по разделу 6</b>						8		8	11		
	<b>Раздел 7 Линейные преобразования</b>				Подготовка к лекциям (6.1.3: С: 202 - 221), выполнение заданий для самостоятельной работы (6.2.8: С: 90 – 92, 96 – 97, 104 - 106)	Разбор решения конкретных примеров с помощью презентации и у доски						
	Тема 7.1. Примеры линейных преобразований. Операции над линейными преобразованиями	2		2			2					
	Тема 7.2. Ранг и дефект линейного преобразования. Переход к новому базису	2		2			2					
	Тема 7.3. Использование методов линейной алгебры в задачах преобразования векторных пространств	2		2			3					
	Тема 7.4. Собственные векторы и	2		2	3							

	собственные значения								
	<b>Итого по разделу 7</b>	8		8	10				
	<b>Раздел 8 Кривые и поверхности 2-го порядка</b>					Подготовка к лекциям (6.1.2: С: 106 – 123; 6.1.3: С: 72 – 110; 6.1.4: С: 205 - 220), (6.2.4: С: 3 - 25) выполнение заданий для самостоятельной работы (6.1.5: С. 96 – 112; 165 - 185)	Разбор решения конкретных примеров с помощью презентации и у доски		
	<b>Тема 8.1</b> Виды поверхностей второго порядка и их свойства	2		2	2				
	<b>Тема 8.2</b> Конические сечения	2		2	2				
	<b>Тема 8.3</b> Приведение общего уравнения кривой 2-го порядка к каноническому виду	2		2	3				
	<b>Тема 8.4</b> Приведение уравнения поверхности 2-го порядка к каноническому виду	2		2	3				
	<b>Итого по разделу 8</b>	8		8	10				
	<b>Раздел 9 Билинейные и квадратичные формы</b>					Подготовка к лекциям (6.1.4: С: 187 - 199), выполнение заданий для самостоятельной работы (6.2.8: С. 77-79)	Разбор решения конкретных примеров с помощью презентации и у доски		
	<b>Тема 9.1</b> Приведение квадратичной формы к сумме квадратов	2		2	4				
	<b>Тема 9.2</b> Закон инерции квадратичных форм. Критерий Сильвестра	2		2	4				
	<b>Итого по разделу 9</b>	4		4	8				
	<b>Раздел 10 Многочлены и рациональные дроби</b>					Подготовка к лекциям (6.1.1: С: 130 - 165), выполнение заданий для самостоятельной работы (6.2.9: С. 24-27, 62, 69)	Разбор решения конкретных примеров с помощью презентации и у доски		
	Тема 10.1. Наибольший общий делитель.	2		2	2				
	Тема 10.2. Основная теорема. Теоремы о числе действительных корней.	2		2	2				
	Тема 10.3. Рациональные дроби	2		2	2				
	<b>Итого по разделу 10</b>	6		6	6				
	<b>Итого по 2 семестру</b>	34		34	45				
	<b>ИТОГО ПО ДИСЦИПЛИНЕ</b>	68		68	90				

## 5. ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности

### 1) Примерная тематика контрольных работ:

- Решение матричных уравнений;
- Решение однородной и неоднородной систем линейных алгебраических уравнений;
- Решение задач по векторной алгебре;
- Решение задач по нахождению уравнений прямой на плоскости;
- Решение задач на уравнения плоскости и прямой в пространстве;
- Решение задач на кривые второго порядка;
- Задачи на внешнее и внутреннее описание линейного подпространства;
- Решение задач на преобразование векторных пространств;
- Определение собственных чисел и собственных векторов матриц;
- Определение типов поверхностей второго порядка.

### Пример заданий к контрольной работе:

- 1) Найти все решения системы: 
$$\begin{cases} 2x - 4y + 9z = 28 \\ 7x + 3y - 6z = -1 \\ 7x + 9y - 9z = 5 \end{cases}$$
- 2) Сила  $\vec{F} = \{4; -3; -2\}$  приложена к точке  $M(1; -5; 3)$ . Найти момент этой силы относительно начала координат.
- 3) Установить, какая линия определяется следующим уравнением и изобразить ее на чертеже:  
$$y = -1 + \frac{2}{3}\sqrt{x^2 - 4x - 5}$$
- 4) Из точки  $A(-3; 5)$  под углом  $45^\circ$  к оси абсцисс направлен луч света, который, дойдя до этой оси, отражается от нее. Составить уравнения падающего и отраженного лучей.
- 5) Из точки  $A(3; -2; 4)$  опустить перпендикуляр на плоскость  $5x + 3y - 7z + 1 = 0$ .

### 2) Тесты для текущего и промежуточного контроля знаний обучающихся

Тесты, проводимые на электронной платформе Moodle на сайте ДПИ НГТУ по адресу: <http://dpingtu.ru/Moodle>

Включают решение задач по темам курса с выбором правильного варианта ответа.

### 3) Вопросы для подготовки к контрольным мероприятиям (текущий контроль в форме устного опроса):

- 1) Сформулируйте понятие матрицы, транспонированной матрицы, произведения матриц, степени матрицы.
- 2) Определите линейные операции над матрицами и перечислите их свойства.
- 3) Сформулируйте понятие определителя, минора, алгебраического дополнения элемента квадратной матрицы.
- 4) Перечислите свойства определителей.
- 5) Дать определение присоединенной матрицы, обратной матрицы, матричного уравнения.
- 6) Продемонстрировать методику решения уравнения методом обратной матрицы.
- 7) Дать определение минора матрицы порядка  $S$  и его алгебраического дополнения. Сформулируйте теорему Лапласа. Продемонстрировать ее применение к вычислению определителя.
- 8) Что такое решение системы линейных алгебраических уравнений? Сформулируйте правила Крамера для решения таких систем. В каком случае система не имеет решения?
- 9) Сформулировать понятие линейной зависимости системы строк и столбцов. Перечислить свойства линейно-зависимой системы строк.

- 10) Сформулируйте теорему о ранге матрицы. Перечислите элементарные преобразования матриц. Опишите методику приведения матрицы к верхнетрапецевидному виду.
- 11) Дать понятие расширенной матрицы СЛАУ. Сформулировать теорему Кронекера - Капелли.
- 12) Описать общую теорию систем линейных алгебраических уравнений.
- 13) Описать метод Гаусса решения СЛАУ. Описать применение метода в случае бесконечного множества решений.
- 14) Решение однородной системы линейных алгебраических уравнений.
- 15) Декартова система координат. Расстояние между точками. Деление отрезка в заданном отношении.
- 16) Вектор. Длина. Равенство двух векторов. Единичный и нулевой векторы. Коллинеарность векторов.
- 17) Радиус-вектор точки и ее координаты. Линейные операции над векторами и их свойства.
- 18) Проекция вектора на ось. Свойства проекций. Орты осей и запись через них вектора.
- 19) Выражении координат вектора через координаты его конца и начала. Координаты линейной комбинации векторов.
- 20) Понятие базиса пространства векторов. Разложение вектора по базису.
- 21) Вычисление модуля вектора через его координаты. Направляющие косинусы вектора и их вычисление через координаты.
- 22) Орт вектора. Доказательство соотношения между направляющими косинусами.
- 23) Скалярное произведение векторов и его свойства. Необходимое и достаточное условие перпендикулярности векторов. Косинус угла между двумя векторами.
- 24) Выражение работы силы через скалярное произведение. Выражение проекции вектора на ось через скалярное произведение.
- 25) Скалярный квадрат. Скалярные произведения ортов осей координат. Запись скалярного произведения векторов через декартовы координаты векторов.
- 26) «Правые» и «левые» тройки векторов. Векторное произведение векторов и его свойства.
- 27) Векторное произведение ортов осей. Векторное произведение векторов в координатной форме. Момент силы относительно точки.
- 28) Смешанное произведение векторов и его свойства. Необходимое и достаточное условие компланарности векторов.
- 29) Вывод выражения смешанного произведения через координаты.
- 30) Уравнение прямой на плоскости, проходящей через две заданных точки. Каноническое уравнение прямой на плоскости.
- 31) Общее уравнение прямой на плоскости. Нормаль и направляющий вектор.
- 32) Уравнение прямой на плоскости, проходящей через заданную точку, перпендикулярно заданной нормали.
- 33) Уравнение геометрического места точек на плоскости, равноудаленных от двух данных точек  $A_1$  и  $A_2$ .
- 34) Уравнение прямой на плоскости, проходящей через заданную точку параллельно заданной прямой.
- 35) Уравнение прямой на плоскости «в отрезках». Частные случаи расположения прямой на плоскости относительно начала координат.
- 36) Угол наклона прямой на плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости.
- 37) Векторное уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой на плоскости в нормальной форме.
- 38) Взаимное расположение прямой и точки на плоскости. Взаимное расположение двух точек на плоскости.
- 39) Что такое пучок прямых на плоскости.
- 40) Виды уравнений плоскости в пространстве. Понятие нормального вектора
- 41) Геометрическая интерпретация параметров общего уравнения плоскости в пространстве
- 42) Геометрическая интерпретация параметров неполных уравнений плоскости в пространстве
- 43) Геометрическая интерпретация параметров векторного уравнения плоскости в пространстве

- 44) Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве (Условия на параметры уравнений)
- 45) Геометрическая интерпретация параметров нормального уравнения плоскости в пространстве.
- 46) Понятие отклонения и расстояния точки от плоскости в пространстве
- 47) Уравнение прямой в пространстве как пересечения двух плоскостей. Определение направляющего вектора
- 48) Что такое пучок плоскостей? Варианты уравнений пучка и их отличие друг от друга
- 49) Каноническое и параметрическое уравнения прямой в пространстве
- 50) Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве (Условия на параметры уравнений)
- 51) Способы определения расстояния от точки до прямой в пространстве
- 52) Определение и примеры линейных пространств. Понятие изоморфизма
- 53) Определение собственных значений и собственных векторов линейного преобразования
- 54) Преобразование пространства, связанное с равномерным сжатием
- 55) Понятие квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы.
- 56) Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду.
- 57) Метод Якоби приведения квадратичной формы к каноническому виду.
- 58) Преобразование квадратичной формы при линейной замене переменных
- 59) Конические сечения и кривые второго порядка
- 60) Геометрическая интерпретация параметров уравнения окружности и эллипса.
- 61) Параметры и свойства эллипса
- 62) Геометрическая интерпретация параметров уравнения гиперболы.
- 63) Параметры и свойства гиперболы
- 64) Геометрическая интерпретация параметров уравнения параболы.
- 65) Параметры и свойства параболы
- 66) Приведение уравнения центральной линии второго порядка к каноническому виду
- 67) Приведение произвольного уравнения параболы к каноническому виду
- 68) Преобразование системы координат при повороте осей
- 69) Определение угла поворота осей координат по параметрам уравнения кривой второго порядка
- 70) Виды поверхностей второго порядка. Основные параметры и свойства

#### 4) Перечень вопросов, выносимых на промежуточные аттестации

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ к экзамену за 1 семестр:

- 1 Понятие матрицы. Линейные операции над матрицами. Произведение матриц. Доказательство свойств операций.
- 2 Произведение матрицы на вектор. Произведение двух матриц. Доказательство свойств произведения Перестановочные матрицы. Степень матрицы.
- 3 Понятие определителя. Доказательство свойств определителей.
- 4 Правила Крамера решения систем линейных уравнений с доказательством. Бесконечное множество решений системы.
- 5 Обратная матрица. Матричная запись системы уравнений. Метод обратной матрицы решения системы и его обоснование.
- 6 Матрица как система столбцов или строк. Понятие линейной зависимости строк:
- 7 Свойства системы строк с доказательством.
- 8 Базисный минор и ранг матрицы. Свойства ранга с доказательством.
- 9 Доказательство теоремы: Элементарные преобразования не меняют ранга матрицы. Доказательство для всех 4 видов преобразований.
- 10 Доказательство теоремы Кронекера-Капелли.
- 11 Общая теория систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса.
- 12 Понятие вектора. Доказательство свойств линейных операций над векторами.
- 13 Скалярное произведение векторов. Его выражение через координаты. Доказательство свойств скалярного произведения.

- 14 Векторное произведение векторов. Его выражение через координаты. Доказательство свойств векторного произведения.
- 15 Смешанное произведение векторов. Его выражение через координаты. Доказательство свойств смешанного произведения.
- 16 6 видов уравнений прямой на плоскости с их выводом (каноническое, параметрическое, общее, «в отрезках», векторное, через угловой коэффициент).
- 17 Вывод нормального уравнения прямой на плоскости. Взаимное расположение прямой и точки на плоскости. Взаимное расположение двух прямых.
- 18 Виды уравнений плоскости в пространстве
- 19 Вывод общего уравнения плоскости в пространстве
- 20 Геометрическая интерпретация неполных уравнений плоскости в пространстве
- 21 Вывод векторного уравнения плоскости в пространстве
- 22 Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве
- 23 Нормальное уравнение плоскости в пространстве. Взаимное расположение точки и плоскости в пространстве
- 24 Уравнение прямой в пространстве как пересечения двух плоскостей
- 25 Каноническое и параметрическое уравнения прямой в пространстве
- 26 Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве
- 27 Расстояние от точки до прямой в пространстве

#### ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ к экзамену за 2 семестр:

- 1 Определение и примеры линейных пространств. Понятие изоморфизма
- 2 Подпространства линейного пространства. Способы описания (внешний и внутренний) и переход между ними.
- 3 Пересечение и сумма подпространств и их размерности. Прямая сумма подпространств.
- 4 Линейное преобразование и его матрица. Примеры.
- 5 Операции над линейными преобразованиями и их свойства
- 6 Матрицы линейного преобразования в разных базисах
- 7 Ядро, ранг и дефект линейного преобразования
- 8 Собственные значения и собственные векторы линейного преобразования
- 9 Свойства собственных векторов
- 10 Преобразование, сопряженное к данному. Самосопряженное и ортогональное преобразования
- 11 Линейные и квадратичные формы. Преобразования форм при линейной замене переменных.
- 12 Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.
- 13 Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Якоби. Теорема Якоби о каноническом виде квадратичной формы.
- 14 Закон инерции вещественных квадратичных форм.
- 15 Знакоопределенность вещественных квадратичных форм. Критерий Сильвестра.
- 16 Конические сечения и кривые второго порядка
- 17 Вывод уравнения окружности и эллипса. Параметры и свойства эллипса
- 18 Вывод уравнения гиперболы. Параметры и свойства гиперболы
- 19 Вывод уравнения параболы. Параметры и свойства параболы
- 20 Приведение уравнения центральной линии второго порядка к каноническому виду
- 21 Преобразование системы координат при повороте осей
- 22 Виды поверхностей второго порядка. Основные параметры и свойства
- 23 Алгоритм отыскания НОД нескольких многочленов в кольце  $R[x]$ .
- 24 Понятие главного идеала. Строение идеалов в  $R[x]$ .
- 25 Корни многочленов. Формулы Виета. Общие корни двух многочленов. Результант.
- 26 Теорема Безу. Схема Горнера. Вычисление значений многочленов по схеме Горнера. Основная теорема алгебры комплексных чисел.
- 27 Правило Декарта и его применение для определения границ вещественных корней многочленов.

## 5.2. Описание показателей и критериев контроля успеваемости, описание шкал оценивания

Для оценки знаний, умений, навыков и формирования компетенции по дисциплине применяется балльно-рейтинговая система контроля и оценки успеваемости обучающихся очной формы. Основные требования балльно-рейтинговой системы по дисциплине и шкала оценивания приведены в таблицах 5 - 7.

Таблица 5 – Требования балльно-рейтинговой системы по дисциплине  
В осеннем семестре

Виды работ	Количество подвидов работы	Максимальные баллы за подвид работы						Сроки выполнения подвидов работы	Дополнительные баллы	Штрафные баллы
		1	2	3	4	5	6			
Контрольные работы	6	5	5	5	6	5	6	Каждые 2 недели	До +2 за 1 работу	До -2 за 1 работу
Расчетно-графические работы	1	8 баллов						декабрь	До +4	До -4
Выполнение домашних заданий	14	По 2 балла за 1 работу						еженедельно	До +1 балла за 1 работу	До -1 балла за 1 работу
Посещение занятий (участие в обсуждениях задач)	11	До 2 балла за 1 неделю						еженедельно	Ответ у доски до +1 балла	По -1 баллу за 1 пропуск
Ответ на экзамене	1	10						январь		

В весеннем семестре

Виды работ	Количество подвидов работы	Максимальные баллы за подвид работы						Сроки выполнения подвидов работы	Дополнительные баллы	Штрафные баллы
		1	2	3	4	5	6			
Контрольные работы	6	5	5	5	6	5	6	Каждые 2 недели	До +2 за 1 работу	До -2 за 1 работу
Расчетно-графические работы	1	8 баллов						июнь	До +4	До -4
Выполнение домашних заданий	14	По 2 балла за 1 работу						еженедельно	До +1 балла за 1 работу	До -1 балла за 1 работу
Выполнение дополнительных д/з повышенной сложности (для желающих)	4 *	По 3 балла за 1 работу							До +4 баллов за 1 работу	
Посещение занятий (участие в обсуждениях задач)	11	До 2 балла за 1 неделю						еженедельно	Ответ у доски до +1 балла	По -1 баллу за 1 пропуск
Ответ на экзамене	1	10						июнь		

Таблица 6 – Критерии оценивания результата обучения по дисциплине и шкала оценивания

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Критерии оценивания результатов обучения			
		Оценка «неудовлетворительно» / «не зачтено» 0-54% от тах рейтинговой оценки контроля	Оценка «удовлетворительно» / «зачтено» 55-70% от тах рейтинговой оценки контроля	Оценка «хорошо» / «зачтено» 71-85% от тах рейтинговой оценки контроля	Оценка «отлично» / «зачтено» 86-100% от тах рейтинговой оценки контроля
<b>ОПК-1.</b> Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	<b>ИОПК-1.1.</b> Использует методы линейной алгебры и аналитической геометрии при решении профессиональных задач и в инженерной практике	Изложение учебного материала бессистемное, неполное, не знает основ линейной алгебры и аналитической геометрии, не может использовать методы линейной алгебры в рамках поставленных целей и задач, что препятствует усвоению последующего материала	Фрагментарные, поверхностные знания по основам линейной алгебры и аналитической геометрии. Изложение полученных знаний неполное, однако это не препятствует усвоению последующего материала. Допускаются отдельные существенные ошибки, исправленные с помощью преподавателя. Затруднения при формулировании основных положений и их применении	Знает материал на достаточно хорошем уровне; представляет основные задачи в рамках постановки целей и выбора оптимальных способов их достижения.	Имеет глубокие знания всего материала, понимает структуру дисциплины; освоил новации лекционного курса по сравнению с учебной литературой; изложение полученных знаний полное, системное; допускаются единичные ошибки, самостоятельно исправляемые при собеседовании

Таблица 7 – Критерии оценивания

Оценка	Критерии оценивания
Высокий уровень «5» (отлично)	оценку «отлично» заслуживает обучающийся, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы.
Средний уровень «4» (хорошо)	оценку «хорошо» заслуживает обучающийся, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки.
Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)	оценку «удовлетворительно» заслуживает обучающийся, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы.
Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)	оценку «неудовлетворительно» заслуживает обучающийся, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Учебная литература

- 6.1.1 Курош, А.Г. Курс высшей алгебры: \*учеб. для вузов / А.Г. Курош. - 17-е изд.; стереотип. - СПб.: Лань, 2008. - 432с.: ил. - (Классическая учебная литература по математике). (15 экз).
- 6.1.2 Привалов И.И. Аналитическая геометрия: учебник для вузов / И.И.Привалов. - СПб: Лань, 2008. – 304 с. (198 экз.)
- 6.1.3 Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: \*учебник для вузов / Д.В. Беклемишев. - 11-е изд.; испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 312с. (97 экз).
- 6.1.4 Головина, Л.И. Линейная алгебра и некоторые ее приложения: \*учебное пособие для вузов / Л.И. Головина. - 5-е изд.; стереотип. - М.: Альянс, 2007. - 392с. - (Избранные главы по математике для инженеров и студентов вузов). (15 экз).
- 6.1.5 Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: учебное пособие для вузов / Д.В. Клетеник; Под ред. Н.В. Ефимова. - 17-е изд.; стереотип. - СПб.: Профессия, 2009. - 200с.: ил. (192 экз).

Библиотечный фонд укомплектован печатными изданиями из расчета не менее 0,25 экземпляра каждого из изданий, указанных выше на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих соответствующую дисциплину (модуль).

### 6.2. Методические указания, рекомендации и другие материалы к занятиям

- 6.2.1 Матрицы [Электронные текстовые данные]: метод. указания для обучающихся направлений подготовки 01.03.04, 09.03.02, 13.03.02, 15.03.02, 15.03.04, 18.03.01, 19.03.02, 23.03.03 всех форм обучения / ДПИ НГТУ; сост.: Н.М. Богословская. – Дзержинск, 2018. – 41 с.
- 6.2.2 Определители [Электронные текстовые данные]: метод. указания для обучающихся направлений подготовки 01.03.04, 09.03.02, 13.03.02, 15.03.02, 15.03.04, 18.03.01, 19.03.02, 23.03.03 всех форм обучения / ДПИ НГТУ; сост.: Н.М. Богословская. – Дзержинск, 2018. – 24 с.
- 6.2.3 Векторы [Электронные текстовые данные]: метод. указания для обучающихся направлений подготовки 01.03.04, 09.03.02, 13.03.02, 15.03.02, 15.03.04, 18.03.01, 19.03.02, 23.03.03 всех форм обучения / ДПИ НГТУ; сост.: Н.М. Богословская. – Дзержинск, 2018. – 23 с.
- 6.2.4 Приведение кривых и поверхностей второго порядка к

**каноническому виду:** метод. указания по дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» для бакалавров направления подготовки 01.03.04 – «Прикладная математика» очной формы обучения и по дисциплине «Математика» для студентов направлений подготовки 09.03.02 – «Информационные системы и технологии» и 15.03.04 – «Автоматизация технологических процессов и производств» всех форм обучения / НГТУ им. Р.Е. Алексева; сост.: Н.М. Богословская, А.Н. Лобаев, И.Ю. Харитоновна. – Н.Новгород, 2020. – 25 с.

**6.2.5 Плоскость и прямая в пространстве [Электронные текстовые данные]:** метод. указания для обучающихся направлений подготовки 01.03.04, 09.03.02, 13.03.02, 15.03.02, 15.03.04, 18.03.01, 19.03.02, 23.03.03 всех форм обучения / ДПИ НГТУ; сост.: А.Н. Лобаев. – Дзержинск, 2018. – 25 с.

**6.2.6 Линейные пространства [Электронные текстовые данные]:** метод. указания по дисциплинам «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» и «Математический анализ» для обучающихся направления подготовки 01.03.04 «Прикладная математика» очной формы обучения/ ДПИ НГТУ; сост.: И.Ю. Харитоновна, Н.М. Богословская.– Дзержинск, 2018. – 46 с.

**6.2.7 Поверхности второго порядка [Электронные текстовые данные]:** метод. указания для обучающихся направлений подготовки 01.03.04, 09.03.02, 13.03.02, 15.03.02, 15.03.04, 18.03.01, 19.03.02, 23.03.03 всех форм обучения / ДПИ НГТУ; сост.: А.Ю. Латухин, Ю.А. Латухина. – Дзержинск, 2018. – 20 с.

**6.1.8 Нечаев В.А.** Задачник-практикум по алгебре: учеб. пособие для вузов/В.А. Нечаев.– М.: Просвещение, 1983. – 121с. – Текст: электронный. – URL: <https://bookree.org/reader?file=551243&pg=3>

**6.1.9 Солодовников А.С.** Задачник-практикум по алгебре: учеб. пособие для вузов. Ч.IV./А.С. Солодовников, М.А. Родина. – М.: Просвещение, 1985. – 127с. – Текст: электронный. – URL: <https://bookree.org/reader?file=544970&pg=4>

## 7. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебный процесс по дисциплине обеспечен необходимым комплектом лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства (состав по дисциплине определен в настоящей РПД и подлежит обновлению при необходимости).

### 7.1. Перечень информационных справочных систем

Дисциплина, относится к группе дисциплин, в рамках которых предполагается использование информационных технологий как вспомогательного инструмента.

Информационные технологии применяются в следующих направлениях: при подготовке и оформлении отчетов о лабораторных работах, выполнении заданий для самостоятельной работы.

Таблица 8 – Перечень электронных библиотечных систем

№	Наименование ЭБС	Ссылка к ЭБС
1	Консультант студента	<a href="http://www.studentlibrary.ru/">http://www.studentlibrary.ru/</a>
2	Лань	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>

### 7.2. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины

Таблица 9 – Программное обеспечение

№ п/п	Программное обеспечение, используемое в университете на договорной основе	Программное обеспечение свободного распространения
1	Microsoft Windows 10 (подписка MSDN 700593597, подписка DreamSparkPremium, 19.06.19)	Adobe Acrobat Reader <a href="https://acrobat.adobe.com/ru/ru/acrobat/pdf-reader.html">https://acrobat.adobe.com/ru/ru/acrobat/pdf-reader.html</a>
2	Microsoft office 2010 (Лицензия № 49487295 от 19.12.2011)	OpenOffice <a href="https://www.openoffice.org/ru/">https://www.openoffice.org/ru/</a>
3	Консультант Плюс	PTC Mathcad Express <a href="https://www.mathcad.com/ru">https://www.mathcad.com/ru</a>

### Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем

В таблице 10 указан перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем, к которым обеспечен доступ (удаленный доступ).

Таблица 10 – Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем

№ п/п	Наименование профессиональной базы данных, информационно-справочной системы	Доступ к ресурсу (удаленный доступ с указанием ссылки/доступ из локальной сети университета)
1	2	3
1	База данных стандартов и регламентов РОССТАНДАРТ	<a href="https://www.gost.ru/portal/gost_//home/standarts">https://www.gost.ru/portal/gost_//home/standarts</a>
2	Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем	<a href="https://cyberpedia.su/21x47c0.html">https://cyberpedia.su/21x47c0.html</a>
3	Инструменты и веб-ресурсы для веб-разработки – 100+	<a href="https://techblog.sdstudio.top/blog/instrumenty-i-veb-resursy-dlia-veb-razrabotki-100-plus">https://techblog.sdstudio.top/blog/instrumenty-i-veb-resursy-dlia-veb-razrabotki-100-plus</a>
4	Справочная правовая система «Консультант Плюс»	доступ из локальной сети

### 8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОВЗ

В таблице 11 указан перечень образовательных ресурсов, имеющих формы, адаптированные к ограничениям их здоровья, а также сведения о наличии специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования.

Таблица 11 – Образовательные ресурсы для инвалидов и лиц с ОВЗ

№	Перечень образовательных ресурсов, приспособленных для использования инвалидами и лицами с ОВЗ	Сведения о наличии специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования
1	ЭБС «Консультант студента»	озвучка книг и увеличение шрифта
2	ЭБС «Лань»	специальное мобильное приложение - синтезатор речи, который воспроизводит тексты книг и меню навигации
3	ЭБС «Юрайт»	версия для слабовидящих

Согласно Федеральному Закону об образовании 273-ФЗ от 29.12.2012 г. ст. 79, п.8 "Профессиональное обучение и профессиональное образование обучающихся с ограниченными возможностями здоровья осуществляются на основе образовательных программ, адаптированных при необходимости для обучения указанных обучающихся". АОП разрабатывается по каждой направленности при наличии заявлений от

обучающихся, являющихся инвалидами или лицами с ОВЗ и изъявивших желание об обучении по данному типу образовательных программ.

## 9 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ, НЕОБХОДИМОЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Учебные аудитории для проведения занятий по дисциплине, оснащены оборудованием и техническими средствами обучения.

В таблице 12 перечислены:

- учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения;
- помещения для самостоятельной работы обучающихся, которые оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ДПИ НГТУ.

Таблица 12 – Оснащенность аудиторий и помещений для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Наименование аудиторий и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность аудиторий помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
1	<b>1433А</b> Аудитория для лекционных и практических занятий Нижегородская обл., г. Дзержинск, ул. Гайдара, д. 49	Комплект демонстрационного оборудования: ПК, с выходом на мультимедийный проектор, на базе Intel Pentium G4560 3.5 ГГц, 4 Гб ОЗУ, монитор 20' – 1шт. Мультимедийный проектор Epson- 1 шт; Экран – 1 шт.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Microsoft Windows 10 Домашняя (поставка с ПК)</li> <li>• LibreOffice 6.1.2.1. (свободное ПО)</li> <li>• Foxit Reader (свободное ПО);</li> <li>• 7-zip для Windows (свободное ПО)</li> </ul>
2	<b>1234</b> Научно-техническая библиотека ДПИ НГТУ, студенческий читальный зал; Нижегородская обл., г. Дзержинск, ул. Гайдара, д. 49	Комплект демонстрационного оборудования: ПК, с выходом на мультимедийный проектор, на базе Intel Pentium G4560 3.5 ГГц, 4 Гб ОЗУ, монитор 20' – 1шт. Мультимедийный проектор Epson- 1 шт; Экран – 1 шт.; Набор учебно-наглядных пособий	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Microsoft Windows 10 Домашняя (поставка с ПК)</li> <li>• LibreOffice 6.1.2.1. (свободное ПО)</li> <li>• Foxit Reader (свободное ПО);</li> <li>• 7-zip для Windows (свободное ПО)</li> </ul>
3	<b>1443а</b> компьютерный класс - помещение для СРС, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), Нижегородская обл., г. Дзержинск, ул. Гайдара, д. 49	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ПК на базе Intel Celeron 2.67 ГГц, 2 Гб ОЗУ, монитор Acer 17' – 4 шт.</li> <li>ПК подключены к сети «Интернет» и обеспечивают доступ в электронную информационно-образовательную среду университета</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Microsoft Windows 7 (подписка DreamSpark Premium)</li> <li>• Apache OpenOffice 4.1.8 (свободное ПО);</li> <li>• Mozilla Firefox (свободное ПО);</li> <li>• Adobe Acrobat Reader (свободное ПО);</li> <li>• 7-zip для Windows (свободное ПО);</li> <li>• КонсультантПлюс (ГПД № 0332100025418000079 от 21.12.2018);</li> </ul>

## 10. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ОБУЧАЮЩИМСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

### 10.1. Общие методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины, образовательные технологии

Дисциплина реализуется посредством проведения контактной работы с обучающимися (включая проведение текущего контроля успеваемости), самостоятельной работы обучающихся и промежуточной аттестации.

Контактная работа: аудиторная, внеаудиторная, а также может проводиться в электронной информационно-образовательной среде университета (далее - ЭИОС).

Преподавание дисциплины ведется с применением следующих видов образовательных технологий:

- знакомство с материалами лекций и презентациями в среде MOODLE;
- проведение консультаций в конференциях Zoom;
- балльно-рейтинговая технология оценивания;
- текущий контроль знаний в форме тестирования в среде MOODLE.

При преподавании дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», используются современные образовательные технологии, позволяющие повысить активность обучающихся при освоении материала курса и предоставить им возможность эффективно реализовать часы самостоятельной работы.

Весь лекционный материал курса сопровождается компьютерными презентациями, в которых наглядно преподносится материал различных разделов курса, что дает возможность обсудить материал с обучающимися во время чтения лекций, активировать их деятельность при освоении материала. Материалы лекций в виде слайдов находятся в свободном доступе в системе MOODLE и могут быть получены до чтения лекций и проработаны обучающимися в ходе самостоятельной работы.

На лекциях и практических занятиях реализуются интерактивные технологии, приветствуются вопросы и обсуждения, используется лично-ориентированный подход, технология работы в малых группах, что позволяет обучающимся проявить себя, получить навыки самостоятельного изучения материала, выровнять уровень знаний в группе.

Все вопросы, возникшие при самостоятельной работе над домашним заданием, подробно разбираются на практических занятиях и лекциях. Проводятся индивидуальные и групповые консультации с использованием как встреч с обучающимися, так и современных информационных технологий (электронная почта, Zoom).

Иницируется активность обучающихся, поощряется задание любых вопросов по материалу, практикуется индивидуальный ответ на вопросы обучающегося, рекомендуются методы успешного самостоятельного усвоения материала в зависимости от уровня его базовой подготовки.

Для оценки знаний, умений, навыков и уровня сформированности компетенции применяется балльно-рейтинговая система контроля и оценки успеваемости обучающихся в процессе текущего контроля.

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена с учетом текущей успеваемости.

**Результат обучения считается сформированным на повышенном уровне**, если теоретическое содержание курса освоено полностью. При устных собеседованиях обучающийся исчерпывающе, последовательно, четко и логически излагает учебный материал; свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами заданий, использует в ответе дополнительный материал. Все предусмотренные рабочей учебной программой задания выполнены в соответствии с установленными требованиями,

обучающийся способен анализировать полученные результаты, проявляет самостоятельность при выполнении заданий.

**Результат обучения считается сформированным на пороговом уровне**, если теоретическое содержание курса в основном освоено. При устных собеседованиях обучающийся последовательно излагает учебный материал; при затруднениях способен после наводящих вопросов продолжить обсуждение, справляется с задачами, вопросами и другими видами заданий, требующих применения знаний; все предусмотренные рабочей учебной программой задания выполнены в соответствии с установленными требованиями, обучающийся способен анализировать полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий

**Результат обучения считается несформированным**, если обучающийся при выполнении заданий не демонстрирует знаний учебного материала, допускает ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет задания, не демонстрирует необходимых умений, качество выполненных заданий не соответствует установленным требованиям, качество их выполнения оценено числом баллов ниже трех по оценочной системе, что соответствует допороговому уровню.

## **10.2. Методические указания для занятий лекционного типа**

Лекционный курс предполагает систематизированное изложение основных вопросов тематического плана. В ходе лекционных занятий раскрываются базовые вопросы в рамках каждой темы дисциплины (таблица 4). Обозначаются ключевые аспекты тем, а также делаются акценты на наиболее сложные и важные положения изучаемого материала. Материалы лекций являются опорной основой для подготовки обучающихся к практическим занятиям и выполнения заданий самостоятельной работы, а также к мероприятиям текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

## **10.3. Методические указания по освоению дисциплины на практических занятиях**

Подготовку к каждому практическому занятию обучающийся должен начать с ознакомления с рекомендуемой литературой (таблица 4), которая отражает содержание предложенной темы. Каждая самостоятельно выполненная работа по индивидуальному варианту подлежит проверке преподавателем.

При оценивании лабораторных работ учитывается следующее:

- качество выполнения расчетов и степень соответствия результатов работы заданным требованиям;
- целесообразность использования изученных методов;
- качество комментариев к решению.

## **10.4. Методические указания по самостоятельной работе обучающихся**

Самостоятельная работа обеспечивает подготовку обучающихся к аудиторным занятиям и мероприятиям текущего контроля и промежуточной аттестации по изучаемой дисциплине. Результаты этой подготовки проявляются в активности обучающихся на занятиях и в качестве выполненных заданий для самостоятельной работы и других форм текущего контроля.

При выполнении заданий для самостоятельной работы рекомендуется проработка материалов лекций по каждой пройденной теме, а также изучение рекомендуемой литературы, представленной в Разделе 6.

В процессе самостоятельной работы при изучении дисциплины обучающиеся могут работать на компьютере в специализированных аудиториях для самостоятельной работы (таблица 12). В аудиториях имеется доступ через информационно-

телекоммуникационную сеть «Интернет» к электронной информационно-образовательной среде университета (ЭИОС) и электронной библиотечной системе (ЭБС), где в электронном виде располагаются учебные и учебно-методические материалы, которые могут быть использованы для самостоятельной работы при изучении дисциплины.

## 11 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### 11.1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта в ходе текущего контроля успеваемости

Для текущего контроля знаний обучающихся по дисциплине проводится комплексная оценка знаний, включающая

- проведение контрольных работ;
- выполнение заданий для самостоятельной работы;
- тестирование на сайте преподавателя по различным разделам курса

#### 11.1.1. Типовые задания для контрольных работ

По завершении изучения каждого раздела дисциплины проводятся контрольные работы.

Пример задания на контрольную работу по теме 3:

#### Контрольная работа по векторной алгебре

##### Вариант 0

Даны точки  $A(1, -2, 0)$ ,  $B(-1, 0, 1)$ ,  $C(1, 2, 3)$ , и векторы  $\vec{a} = \{2, 0, -2\}$ ,  $\vec{b} = \{1, -1, 0\}$ ,  $\vec{c} = \{2, 1, 1\}$

- 1) Найти координаты точки  $M$ , находящейся на биссектрисе угла  $\angle BAC$  и отстоящей от точки  $A$  на расстоянии  $5$ ;
- 2) Разложить вектор  $AB$  по базису из векторов  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- 3) Найти координаты точки  $D$  такой, чтобы четырехугольник  $ABCD$  являлся прямоугольной трапецией;
- 4) Найти проекцию вектора  $\vec{c}$  на направление вектора  $BM$ , являющегося медианой треугольника  $ABC$ ;
- 5) Найти отношение, в котором находятся длины отрезков  $AN$  и  $NC$ , где  $N$  - основание высоты, опущенной из точки  $B$  на сторону  $AC$ ;
- 6) Найти координаты конца вектора  $\vec{x}$ , начало которого находится в точке  $B$ , и выполняются условия:  $\vec{x} \perp \vec{a}$ ,  $\vec{x} \perp \vec{b}$  и  $(\vec{x}, \vec{c}) = 5$ ;
- 7) Найти координаты точки  $D$ , расположенной на оси  $OZ$  такой, чтобы объем тетраэдра  $ABCD$  равнялся  $4$ , вычислить длину его высоты, опущенной на грань  $ABD$ .

*Замечание: решение всех заданий проводить на основе свойств операций над векторами.*

Пример задания на контрольную работу по теме 4:

#### Контрольная работа по теме «Прямая на плоскости»

##### Вариант 0

- 1) В параллелограмме  $ABCD$  известны уравнения сторон  $x - 4y + 1 = 0$  ( $AB$ ) и  $3x + y - 2 = 0$  ( $AD$ ) и точка  $M(1; -3)$  - середина ( $BC$ ). Найти уравнения двух других сторон параллелограмма.
- 2) Составить уравнение прямых, проходящих через точку  $M(4; 3)$  и отсекающих от координатного угла треугольник с площадью, равной  $13$  кв.ед.
- 3) Составить уравнение прямых, проходящих через точку  $A(-1; 5)$  и равноудаленных от двух точек  $B(3; 7)$  и  $C(1; -1)$
- 4) Точка  $A(2; 0)$  является вершиной правильного треугольника, а противолежащая ей сторона лежит на прямой  $x + y - 1 = 0$ . Составить уравнения двух других сторон треугольника.
- 5) Определить в каких двугранных углах (смежных, вертикальных или одном), образованных при пересечении прямых  $\alpha$  (проходящая через точки  $A(1, -2)$  и  $B(2, -3)$ ) и  $\beta$  (проходящая через точки  $B$  и  $C(-2, 4)$ ) находятся точки  $Q(2, 3)$  и  $R(-1, 5)$ .
- 6) Написать уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых  $2x - y - 6 = 0$  и  $x + 3y - 11 = 0$ , перпендикулярно прямой  $3x - 4y - 18 = 0$ , не вычисляя координат точки пересечения прямых.

Пример задания на контрольную работу по теме 5:

### Контрольная работа по теме «Прямая и плоскость в пространстве»

#### Вариант 0

Заданы точки:  $M_1(1, 1, -3)$  и  $M_2(2, -1, 3)$ , плоскости  $\alpha_1: 2x - y - z + 1 = 0$  и  $\alpha_2: 2x + 3y - z + 7 = 0$  и прямые

$$L_1: \begin{cases} x - 2y + z + 4 = 0 \\ 2x + y - 2z + 2 = 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad L_2: \begin{cases} x = t + 4 \\ y = 3t + 3 \\ z = -2t - 1 \end{cases}$$

- 1) Пересекает ли плоскость  $\alpha_2$  отрезок  $M_1M_2$
- 2) Выяснить, пересекаются ли прямые  $L_1L_2$
- 3) Написать уравнение плоскости, проходящей через прямую  $L_1$ , параллельно вектору  $M_1M_2$
- 4) Вычислить расстояние от точки  $M_1$  до плоскости, проходящей через прямую  $L_2$  и точку  $M_2$
- 5) Вычислить координаты проекции точки  $M_2$  на плоскости  $\alpha_2$
- 6) Считая, что  $L_2$  является уравнением траектории движения материальной точки  $K(x, y, z)$ , выяснить, сколько времени она будет двигаться от пересечения плоскости  $\alpha_1$  до пересечения плоскости  $\alpha_2$
- 7) Вычислить расстояние от точки  $M_1$  до прямой  $L_1$
- 8) Выяснить, в каких двугранных углах, образованных при пересечении плоскостей  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  лежат точки  $M_1$  и  $M_2$
- 9) Написать уравнения плоскостей, являющихся биссектрисами двугранных углов, образованных при пересечении плоскостей  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$
- 10) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку  $M_1$  и точку, симметричную точке  $M_2$  относительно плоскости  $\alpha_2$

Пример задания на контрольную работу по теме 6:

### Контрольная работа по теме «Многообразия и линейные преобразования»

#### Вариант 0

#### Контрольная работа по темам «Многообразия и линейные преобразования»

<p><b>Задание 1:</b> Многообразие <math>\mu</math> задано аффинной оболочкой векторов <math>\mu = \text{Aff}(f_1, f_2, f_3, f_4)</math>, Составить систему неоднородных уравнений, задающую это же многообразие.</p>	$f_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad f_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad f_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad f_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$
<p><b>Задание 2:</b> Найти размерность пересечения многообразий <math>\mu</math> (из задания 1) и <math>\beta = \{Ax = b\}</math> – множества решений неоднородной системы уравнений:</p>	$\begin{cases} 2x - y + 2z = 2 \\ 3y - 2z = -2 \\ 4y - 3x = 1 \end{cases}$
<p><b>Задание 3:</b> Исследовать взаимное расположение многообразий <math>\mu, \beta</math> и <math>\gamma = g_0 + \text{Lin}(g_1)</math></p>	$g_0 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad g_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$
<p><b>Задание 4:</b> Составьте матрицу линейного оператора <math>\varphi</math> в базисе <math>e_1, e_2, e_3</math> действительного линейного пространства <math>V</math>, если <math>\varphi</math> векторы <math>x_1 = ae_1 - e_2 + e_3; x_2 = e_1 + be_2 - e_3; x_3 = e_1 - e_2 - ae_3</math> переводит соответственно в векторы <math>y_1 = e_1 + 2e_2 + be_3; y_2 = ae_2 + e_3; y_3 = e_1 + be_3</math>, где <math>a = -3, b = -2</math>. Найдите образ вектора <math>z = e_1 + 2e_2 + 3e_3</math> под действием оператора <math>\varphi</math>.</p>	

Пример задания на контрольную работу по теме 7:

### Контрольная работа по теме «Преобразования линейных пространств»

#### Вариант 0

В стандартном базисе линейного векторного пространства  $\mathbb{R}^3$  заданы:

- Треугольник  $ABC$  (радиус-векторами своих вершин);
- Векторы  $p, q, r$  (своими координатами);

- Преобразование  $\mathcal{A}_{xy}$  - проецирования на плоскость  $xOy$ ;
- Преобразование  $\mathcal{A}_{xz}$  - проецирования на плоскость  $xOz$ ;
- Преобразование  $\mathcal{A}_{yz}$  - проецирования на плоскость  $yOz$ ;
- Преобразование  $\mathcal{Q}_x$  - поворот вокруг оси  $Ox$  на угол  $\varphi$ ;
- Преобразование  $\mathcal{Q}_y$  - поворот вокруг оси  $Oy$  на угол  $\varphi$ ;
- Преобразование  $\mathcal{Q}_z$  - поворот вокруг оси  $Oz$  на угол  $\varphi$ ;
- Преобразование  $\mathcal{B}_x$  - «растяжение» с коэффициентом  $k$  вдоль оси  $Ox$ ;
- Преобразование  $\mathcal{B}_y$  - «растяжение» с коэффициентом  $k$  вдоль оси  $Oy$ ;
- Преобразование  $\mathcal{B}_z$  - «растяжение» с коэффициентом  $k$  вдоль оси  $Oz$ ;

**Задание:** Рассмотреть преобразование  $\mathcal{T}$ , являющееся последовательным выполнением трех указанных в билете преобразований. Вычислить координаты вершин треугольника  $ABC$ , полученного в результате преобразования  $\mathcal{T}$  в стандартном базисе, базисе собственных векторов преобразования и в базисе векторов  $p, q, r$  двумя способами. Вычислить также уравнения его сторон. Для этого выполнить следующие действия:

- 1) Определить матрицы преобразований в стандартном базисе;
- 2) Определить размерность ядра и образа для общего преобразования  $\mathcal{T}$ ;
- 3) Определить собственные числа и собственные векторы преобразования  $\mathcal{T}$ ;
- 4) Построить матрицу перехода между стандартным базисом и базисом из собственных векторов;
- 5) Выяснить, можно ли рассматривать систему векторов  $p, q, r$  в качестве базиса пространства  $\mathbb{R}^3$ ;
- 6) Построить матрицу перехода между стандартным и  $p, q, r$  базисами;
- 7) Построить матрицу преобразования  $\mathcal{T}$  в каждом из трех базисов;
- 8) Вычислить координаты вершин исходного треугольника в каждом из трех базисов;
- 9) Вычислить координаты вершин треугольника, полученного после преобразования  $\mathcal{T}$  в каждом из трех базисов двумя способами:
  - а) сначала преобразование, потом – переход в новый базис;
  - б) сначала переход в новый базис, а потом преобразование;
- 10) Сравнить результаты, полученные в подпунктах а) и б) пункта 9.

Пример задания на контрольную работу по теме 8:

### Контрольная работа по теме «Поверхности 2-го порядка»

#### Вариант 0

- 1) Определить тип поверхности и вычислить ее основные параметры:
  - а)  $16x^2 + 9y^2 + 36z^2 - 96x - 72y + 72z + 180 = 0$ ;
  - б)  $9x^2 - 4y^2 - 36z^2 - 36x + 24y - 72z = 0$ ;
  - в)  $-36x^2 - 4y^2 + 9z^2 - 288x + 16y - 18z - 619 = 0$ ;
  - г)  $4x^2 + 36y^2 + z^2 - 24x + 144y - 9z + 144 = 0$ ;
  - д)  $x^2 - 4y^2 + z^2 + 2x + 24y + z - 31 = 0$ ;
  - е)  $x^2 + 9y^2 + z^2 - 4x - 72y + z + 139 = 0$ .
- 2) Выяснить, пересекается ли прямая  $L_2$  с эллипсоидом, заданным в пункте 8. Если "да", то вычислить координаты точек пересечения.

Пример задания на контрольную работу по теме 9:

### Контрольная работа по теме «Квадратичные формы»

#### Вариант 0

**Задание 1:** Привести квадратичную форму (КФ) к каноническому виду методом Лагранжа. Найти матрицу линейного преобразования, приводящего КФ к этому виду. Выполнить проверку с использованием матричного представления. Привести эту же квадратичную форму к каноническому виду методом Якоби.

$$x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3 + 4x_3^2$$

$$x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3 + 2x_3^2$$

**Задание 2:** Найти все значения параметра  $\lambda$ , при которых положительно определена квадратичная форма:

$$2y^2 + \lambda xy - 6xz + 8z^2 - x^2$$

**Задание 3:** Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

**Задание 4:** Выяснить, можно ли привести матрицу линейного преобразования к диагональному виду путем перехода к новому базису. Найти этот базис и соответствующую ему матрицу:

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример задания на контрольную работу по теме 10:

### Контрольная работа по теме «Многочлены»

#### Вариант 0

1) Найти НОД многочленов  $f(x) = ax^5 - bx^4 + cx^3 + dx^2 - ex + h$  и  $g(x) = kx^5 - lx^4 + mx^3 + nx^2 - px + q$ , если их коэффициенты заданы таблицей:

$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$h$		$k$	$l$	$m$	$n$	$p$	$q$
-2	9	-16	51	-30	72		-2	7	-3	25	9	12

2) Выяснить, является ли множество чисел вида  $a + b\sqrt{2}$  ( $a, b \in \mathbb{N}$ ) группой относительно умножения?

#### 11.1.2. Типовые тестовые задания

По каждому из разделов дисциплины сформированы свои типовые задания для тестирования в системе Moodle.

Пример тестового задания по теме 1:

Даны матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Вычислить значения элементов матрицы X, являющейся решением матричного уравнения:  
 $X + AB = C$

Выберите один ответ:

a.  $X = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 2 & -5 & 3 \\ 7 & -3 & 4 \end{pmatrix}$

b.  $X = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 2 & -5 & 3 \\ 7 & -3 & 4 \end{pmatrix}$

c.  $X = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 6 \\ 2 & -5 & 7 \\ 7 & -3 & 12 \end{pmatrix}$

d.  $X = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ -5 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

e.  $X = \begin{pmatrix} 0 & -4 & -5 \\ 4 & -7 & 8 \\ -9 & 0 & -4 \end{pmatrix}$

f.  $X = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ -6 & 4 & -7 \\ -3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

Пример тестового задания по теме 2:

Найти определитель, выполнив преобразования:

$$\begin{vmatrix} 1 + \cos \alpha & 1 + \sin \alpha & 1 \\ 1 - \sin \alpha & 1 + \cos \alpha & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Выберите один ответ:

- a.  $\sin(\beta - \alpha)$
- b. другой ответ
- c.  $(x - y)(y - z)(x - z)$ .
- d. 1.

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 5, \\ 2x - y - z = 1, \\ x + 3y + 4z = 6. \end{cases}$$

Выберите один ответ:

- a. (2, -1, -3)
- b. нет верного ответа
- c. (1, -1, 2)
- d. (-k, 13k, 5k)
- e. (5k, -11k, -7k)
- f. (0, 0, 0)

Пример тестового задания по теме 3:

Определить, при каком значении  $\alpha$  векторы  $\mathbf{a} = \alpha\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \alpha\mathbf{k}$  взаимно перпендикулярны.

Выберите один ответ:

- a. (1, 1/2, -1/2)
- b. -6
- c.  $\arccos(-4/9)$
- d. 45
- e.  $\arccos(5/21)$

Пример тестового задания по теме 4:

Даны уравнения двух сторон прямоугольника  $5x + 2y - 7 = 0$ ,  $5x + 2y - 36 = 0$  и уравнение его диагонали  $3x + 7y - 10 = 0$ . Составить уравнения остальных сторон и второй диагонали этого прямоугольника.

Выберите один ответ:

- a.  $4x + y - 3 = 0$
- b.  $2x - 5y + 3 = 0$ ,  $2x - 5y - 26 = 0$ ;  
 $7x - 3y - 33 = 0$ .
- c.  $AB: 2x + y - 8 = 0$ ;  $BC: x + 2y - 1 = 0$ ;  $CA: x - y - 1 = 0$
- d.  $3x - 5y + 4 = 0$ ,  $x + 7y - 16 = 0$ ,  
 $3x - 5y - 22 = 0$ ,  $x + 7y + 10 = 0$ .

### 11.1.3. Типовые задания для самостоятельной работы обучающихся очной формы

#### Вариант 0

Заданы векторы:

$$f_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, f_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, f_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, f_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, f_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix};$$

$$g_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, g_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, g_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}, g_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, g_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} =$$

системы линейных алгебраических уравнений:

и матрицы:

$$(*) \text{ и } (**) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & 2 & 6 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & 2 & 6 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1) Доказать, что системы векторов  $(f)$  и  $(g)$  могут быть базисами в линейном пространстве  $R^5$ . Найти матрицу перехода от базиса  $(f)$  к базису  $(g)$  и координаты вектора  $v = (2, -3, 4, 8, -9)^T$ , заданные в стандартном базисе, в каждом из этих базисов (1 балл).

2) Линейное подпространство пространства  $R^5$  задано линейной оболочкой столбцов  $\alpha = \text{Lin}(f_1, g_1, g_2)$ . Требуется составить такую систему однородных уравнений  $Ax = 0$ , множество решений которой совпадает с  $\alpha$ . (1 балл)

3) Подпространство  $\beta$  задано однородной СЛАУ (\*). Требуется найти размерность  $k$  и базис  $h_1, \dots, h_k$  этого подпространства, то есть представить его в виде линейной оболочки векторов  $\beta = \text{Lin}(h_1, \dots, h_k)$ . (1 балл)

4) Каждое из подпространств  $\gamma = \alpha + \beta$  и  $\eta = \alpha \cap \beta$  задать внешним и внутренним способом. (2 балла)

5) Линейное многообразие  $\chi$  задано неоднородной СЛАУ(\*\*) Задать его через фундаментальную систему решений. (1 балл)

6) Преобразование  $\Omega$  задано матрицей  $A$  в стандартном базисе. Найти матрицу  $A'$  этого же преобразования в базисе  $(f)$

7) Преобразования  $\varphi$  и  $\mu$  заданы соответственно матрицами  $A$  и  $B$  Найти матрицу преобразования  $\zeta = (\varphi + 2\mu)^2$ .

8) Найти собственные векторы и собственные значения преобразования  $\mu$ .

## 11.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта в ходе промежуточной аттестации по дисциплине

### 11.2.1. Типовые практические задания к экзамену за 1-й семестр:

1. Даны матрицы:

$$\bar{a} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \bar{b} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \bar{c} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix} \text{ Вычислить } D^*, \text{ где } D = (\bar{A} + \bar{B}) * \bar{C}$$

2. Найти решения систем методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 3 \\ 3y - x + z = -4 \\ x - 3y + z = 8 \end{cases}$$

и методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x - z + t = 4 \\ y - 2t + u = 1 \\ x + u + v = -1 \\ v + t - 2y = 2 \\ y - x - 2t - v = 2 \\ 2x + 2y - z - v = 2 \end{cases}$$

- Даны точки  $A(-2, -2, 0)$ ,  $B(-1, 0, 1)$ ,  $C(1, 2, 3)$  и вектор  $\vec{c} = \{-3, 1, 4\}$ . Найти проекцию вектора  $\vec{c}$  на направление вектора  $BM$ , являющегося медианой треугольника  $ABC$ .
- Найти координаты точки  $M$ , находящейся на биссектрисе угла  $\angle BAC$  и отстоящей от точки  $A$  на расстоянии  $5$
- Найти координаты точки  $P$ , находящейся на оси  $ox$  и являющейся вершиной тетраэдра, объем которого равен  $4$  ед.<sup>3</sup>, считая точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  – вершинами его нижней грани.
- Найти координаты точки  $Q$ , симметричной точке  $C(-2, 1)$  относительно прямой, проходящей через точки  $A(2, -1)$  и  $B(1, 3)$ . Вычислить расстояние между точками  $C$  и  $Q$ .
- Точка  $A(2; 0)$  является вершиной правильного треугольника, а противолежащая ей сторона лежит на прямой  $x + y - 1 = 0$ . Составить уравнения двух других сторон треугольника
- Написать уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых  $2x - y - 6 = 0$  и  $x + 3y - 11 = 0$ , перпендикулярно прямой  $3x - 4y - 18 = 0$ , не вычисляя координат точки пересечения прямых (используя уравнения пучка прямых).
- Привести уравнение кривой к каноническому виду, определить основные параметры (полуоси, эксцентриситет, координаты центра и фокусов, угол поворота осей, уравнения директрис и асимптот (для гиперболы). Построить кривую в декартовой системе координат.  

$$-4x^2 + 2xy - 4y^2 + 10x - 10y + 1 = 0$$
- Записать уравнение гиперболы, фокусы которой лежат на оси абсцисс, симметрично относительно начала координат, если известно: его ось  $2a$  равна  $16$ , а эксцентриситет  $= 5/4$ .

### 11.2.2. Типовые практические задания к экзамену за 2-й семестр:

- Написать уравнение проекции прямой  $L: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{4} = \frac{z-3}{0}$  на плоскость  $\alpha: 4x - 5y + z = 7$
- Написать уравнение плоскости, проходящей через прямые  $\begin{cases} 2x - y + z - 3 = 0 \\ 6y + 2z - 1 = 0 \end{cases}$  и  $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{1}$
- Привести квадратичную форму  $2x^2 + 3xy - 6yz + 8z^2 - y^2 = 0$  к каноническому виду методом Якоби и Лагранжа. Выписать уравнения линейного преобразования.
- Даны векторы:  $f_1=(1, 2, -1, 2)$ ;  $f_2=(2, -1, 1, -3)$ ;  $f_3=(2, -4, -1, 3)$ ;  $f_4=(3, -1, 1, 3)$ ;  $g_1=(4, 4, -1, 1)$ ;  $g_2=(-4, -1, 1, 3)$ ;  $g_3=(1, 4, -1, 3)$ ;  $g_4=(1, 5, -1, 3)$ ,  
Доказать, что системы векторов  $(f)$  и  $(g)$  могут быть базисами в линейном пространстве  $R^4$ . Найти матрицу перехода от базиса  $(f)$  к базису  $(g)$  и координаты вектора  $v = (2, -3, 8, -9)^T$ , заданные в стандартном базисе в каждом из этих базисов
- Определить тип и основные параметры поверхности второго порядка, заданной уравнением:  $x^2 - 4y^2 + 6x - 8z^2 + 6z = 0$ . Выполнить ее схематичное изображение.
- Определить собственные числа и собственные векторы матрицы  $\begin{pmatrix} 2 & 5 & -3 \\ 7 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

### Регламент проведения текущего контроля в форме компьютерного тестирования

Кол-во заданий в банке вопросов	Кол-во заданий, предъявляемых обучающемуся	Время на тестирование, мин.
250	10 - 15	30

Полный фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации в форме компьютерного тестирования размещен в банке вопросов данного курса дисциплины в СДО MOODLE.